Introduction à l'actualisation et la valorisation d'actifs

Mathias Schmit
Janvier 2016
Version 1.1

Objet de la note

La valorisation d'un actif se base sur trois éléments : ses cash-flows, leur actualisation et le taux d'actualisation ad hoc. Cette note se concentre sur le deuxième élément en présentant les différentes techniques d'actualisation selon les différents types d'actifs (dettes, obligations et actions). Elle introduit également les deux autres éléments, bien que ceux-ci fassent l'objet de notes complémentaires.

Table des matières

1. Introduction 3
2. Capitalisation 3
3. Actualisation 5
3.1 Perpétuité constante 7
3.2 Annuité constante 9
3.3 Perpétuité croissante 12
3.4 Annuité croissante 12
3.5 Valeur actualisée nette 12
3.6 Formules dans Microsoft Excel 14
4. Valorisation de dettes 18
4.1 Taux forfaitaire (Flat rate) 19
4.2 Fréquences de paiement 21
4.3 Taux réel et taux nominal 23
5. Valorisation d'obligations 25
5.1 Obligations « zéro coupon » 25
5.2 Obligations « à coupons » 25
5.3 Relation entre prix d'une obligation et taux d'intérêt 27
5.4 Rendement à l'échéance 29

5.5 Structure des taux d’intérêt 30

6. Valorisation d’actions 32

7. Valorisation de sociétés 35

7.1 Calcul des free cash flow 35

7.2 DCF dans un monde sans taxes 36

7.3 DCF dans un monde avec taxes 37

7.4 Valeur actualisée ajustée 38

7.5 Conséquences du financement 40

1. Introduction

Contrairement à la comptabilité, l'analyse financière s'intéresse au cash généré et au risque associé à la génération de ce cash. Pour évaluer un projet, un actif ou une société, il faut ainsi calculer la valeur aujourd'hui de ses cash-flows futurs.

Dans cette optique, la valeur temps de l'argent est cruciale. Intuitivement, chacun sait qu'il est préférable de toucher une certaine somme aujourd'hui plutôt que la même somme plus tard. En effet, cet argent peut être investi et peut rapporter entre temps. Il n'y a donc « pas de temps à perdre ». Comme le dit l'adage, le temps, c'est de l'argent.

S'il est intuitivement préférable d'être payé le plus tôt possible, il est, de façon similaire, préférable de payer ses dettes le plus tard possible. Imaginons que l'on contracte un emprunt de 100 000€. Le banquier propose deux modalités de remboursement : soit rembourser 110 000€ dans un an soit 120 000€ dans 30 ans. Intuitivement, la plupart des gens penchent, justement, vers la seconde option.

Cependant, quelle est la réelle différence entre les deux offres ? Comment la calculer ? Quels concepts théoriques doivent être appliqués ? C'est à ces questions et bien d'autres encore que vont tâcher de répondre les sections suivantes de cette note d'introduction. Le lecteur est vivement encouragé à compléter sa formation en consultant la littérature financière.

La section 2 de ce document explique le concept de capitalisation tandis que la section 3 développe celui de l'actualisation. Les formules permettant de calculer rapidement des perpétuités et des annuités seront présentées. Sur base de ces nouveaux enseignements, le lecteur apprendra ensuite dans les sections 4, 5 et 6 à valoriser respectivement des dettes, des obligations et des actions.

2. Capitalisation

100€ aujourd'hui ne vaudront pas 100€ demain, et inversement. Il faut tenir compte du taux d'intérêt qui dépend du risque et de la valeur du temps. Le taux d'intérêt peut également être vu comme le coût d'opportunité d'investir dans un autre placement au profil de risque similaire.

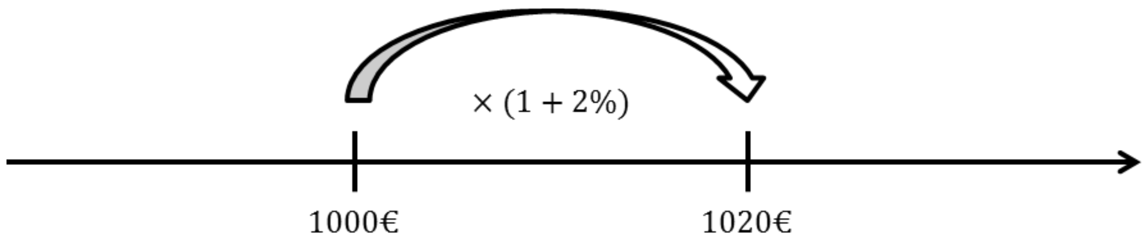
Imaginons que 1000€ sont placés sur un compte d'épargne. Le taux d'intérêt offert par la banque est de 2% par an. Après 1 an, nous toucherons les intérêts et les 1000€ seront devenus :

1000 + 2%*1000 = 1020€

En généralisant, la formule est :

$$\boxed{CF_1 = CF_0 * (1+r)}$$

Où r représente le taux d'intérêt et CF_t le cash-flow de l'an t.



En investissant une deuxième année à un taux de 2%, les 1000€ seront devenus :

1020 + 2%*1020 = 1040,4€

Puisque 1020 a été obtenu en calculant 1000 + 2%*1000 = 1000 * (1+2%), on obtient 1040,4 à partir des 1000€ de base de cette façon :

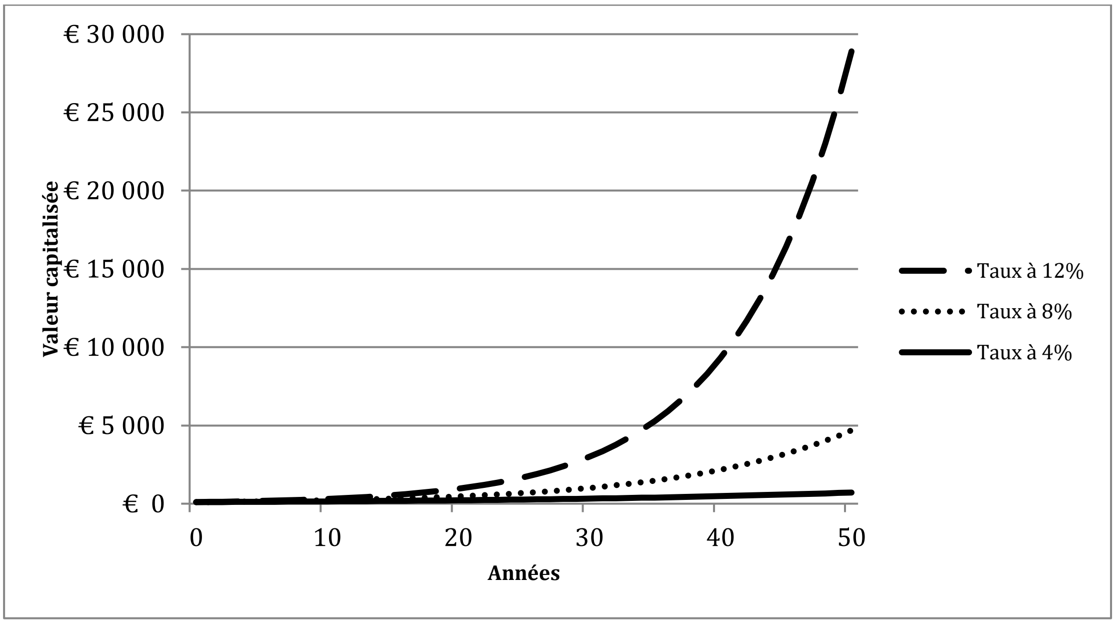
$$\begin{aligned} 1000*(1+2\%)*(1+2\%) &= 1000*(1+2\%)^2 \\ &= 1000*(1,02)^2 \\ &= 1040,4€ \end{aligned}$$

La même technique peut être employée pour les années suivantes. Pour t années, la formule générale devient :

$$\boxed{CF_t = CF_0 * (1+r)^t}$$

Le graphique ci-dessous montre l'effet de la capitalisation de 100€ (axe des ordonnées) sur 50 ans (axe des abscisses) pour 3 taux d'intérêt différents :

Graphique 1 : Effet de la capitalisation de 100€



On observe par exemple qu'il faut entre 46 et 47 ans pour obtenir 20 000€ à partir des 100€ de base en les capitalisant à un taux de 12%. On observe également que les courbes correspondant aux taux 4 et 8% restent sous la barre des 5 000€ tandis que celle de 12% atteint presque les 30 000€ après 50 ans.

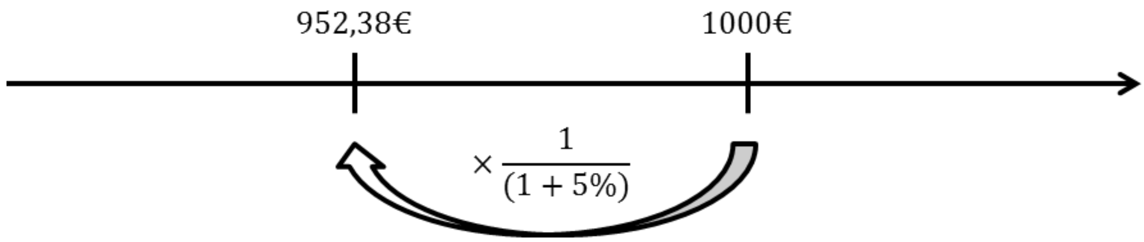
La formule développée dans cette section permet de calculer la valeur future d'un cash-flow. Néanmoins, ce qui est surtout intéressant en finance, c'est de connaître la valeur aujourd'hui d'un cash-flow futur. Cette valeur porte le nom de valeur actualisée (VA).

3. Actualisation

Contrairement à la capitalisation qui s'intéresse à la valeur future, l'actualisation sert à calculer la valeur actuelle de cash-flows futurs.

Imaginons que, suite à un investissement, nous allons recevoir 1000€ dans un an et que le taux d'intérêt applicable est de 5% compte tenu du risque. En inversant la formule précédente, on obtient :

$$VA = \frac{1000}{1,05} = 952,38€$$



Cela signifie que les 1000€ qui seront normalement obtenus dans un an ont aujourd'hui une valeur de 952,38€. De façon similaire, il faut investir 952,38€ aujourd'hui pour, avec un taux d'intérêt identique, pour recevoir 1000€ dans un an.

On remarque qu'il existe une relation inverse entre valeur actuelle et taux d'intérêt/d'actualisation. Plus ce dernier est élevé, plus la valeur actuelle est faible. Intuitivement, cette relation s'explique par le fait que le taux d'intérêt dépend en partie du risque. En effet, un risque plus élevé signifie une probabilité plus faible de recevoir les cash-flows en totalité dans le futur. Leur valeur actuelle est de ce fait plus faible, pour prendre en compte cette possibilité.

En généralisant, on obtient pour différents cash-flows dans le futur :

$$\boxed{VA = \frac{CF_1}{1+r} + \frac{CF_2}{(1+r)^2} + \frac{CF_3}{(1+r)^3} + \cdots}$$

Et en généralisant cette somme sous forme de série mathématique :

$$\boxed{VA = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^t}}$$

Cette formule, qui peut paraître compliquée, exprime en fait simplement que la valeur actuelle de l'ensemble des cash-flows futurs est égale à la somme des valeurs actualisées des différents cash-flows.

Prenons un exemple sur 3 ans avec un taux d'actualisation de 10%. Un investisseur détient un portefeuille avec les cash-flows suivants :

- +1000€ dans un an
- +5000€ dans deux ans
- +7000€ dans trois ans

Cet investisseur aimerait connaître la valeur actuelle de son portefeuille. Pour ce faire, il doit actualiser les cash-flows futurs.

$$VA = \frac{1000}{1 + 10\%} + \frac{5000}{(1 + 10\%)^2} + \frac{7000}{(1 + 10\%)^3}$$
$$VA = 10\,300{,}53€$$

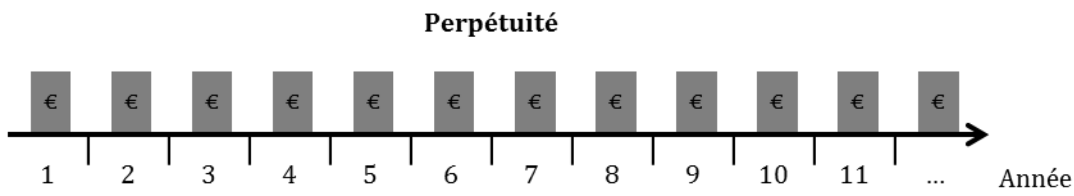
S'il vendait aujourd'hui son portefeuille, l'investisseur devrait ainsi en demander 10 300,53€.

L'exemple ci-dessus est très simple. Cependant, la réalité exige bien souvent d'actualiser un très grand nombre de cash-flows. La formule générale additionnant toutes les valeurs actualisées reste bien entendu toujours d'application, mais il existe quelques formules permettant, dans certains cas, d'éviter des calculs interminables.

Les sections suivantes vont ainsi développer les concepts de perpétuités et d'annuités. Nous allons d'abord nous concentrer sur les perpétuités et annuités constantes, avant d'ajouter un taux de croissance.

3.1 Perpétuité constante

Une perpétuité constante est un actif qui offre un cash-flow constant chaque année, et ce indéfiniment.



Imaginons une obligation qui offre 100€ chaque année jusqu'à l'infini.

An 1 : +100€
An 2 : +100€
An 3 : +100€
An 4 : +100€
…

Actualiser ces cash-flows reviendrait à additionner une infinité de valeurs actualisées. Ce n'est bien sûr pas pratique. Heureusement, il existe une formule toute simple qui permet de calculer la valeur actuelle d'un tel actif[1].

$$\boxed{VA = \frac{CF}{r}}$$

À titre informatif, cette formule est obtenue de la façon suivante :

$$VA = \frac{CF}{1+r} + \frac{CF}{(1+r)^2} + \frac{CF}{(1+r)^3} + \cdots$$

$$VA \times (1+r) = CF + \frac{CF}{1+r} + \frac{CF}{(1+r)^2} + \cdots$$

$$VA \times (1+r) - VA = CF$$

$$VA = \frac{CF}{r}$$

Reprenons notre exemple de l'obligation payant un coupon de 100€ par an à l'infini. En prenant un taux d'actualisation de 10%, on obtient :

$$VA = Prix = \frac{100}{0{,}1} = 1000€$$

La valeur d'une telle obligation est donc de 1000€.

Les obligations perpétuelles étaient essentiellement publiques lorsqu'elles se sont développées fortement au XIX^ème^ siècle. Aujourd'hui, la plupart des dettes perpétuelles d'États européens ont été rachetées. Cependant, ce type d'obligation est toujours utilisé, principalement par les institutions financières. Voici par exemple une obligation perpétuelle émise en avril 2008 par la banque ING :

[1] D'un point de vue mathématique, il s'agit en fait d'une série géométrique. En effet, chaque terme successif peut être obtenu en multipliant le précédent par $\frac{1}{1+r}$.

Figure 1 : Données sur l'obligation perpétuelle émise par ING Groupe

Nous constatons que l'équation de la VA est bien vérifiée en utilisant le taux d'actualisation donné (égal au « Rendement YTM ») :

$$VA = \frac{CF}{r} = \frac{8}{0{,}077049} = 103{,}83$$

La question peut également se poser dans l'autre sens. Imaginons un gouvernement désireux d'émettre des obligations sous forme de perpétuités. Le montant à collecter est de 1,5 milliard d'euros et le taux d'intérêt en vigueur pour ce type d'actifs est de 4%. Quel coupon l'État devra-t-il payer chaque année ?

$$VA = 1\,500\,000\,000 = \frac{C}{0{,}04}$$
$$C = 0{,}04 \times 1\,500\,000\,000 = 60\,000\,000$$

La formule a ainsi permis de déterminer le coupon à budgétiser chaque année (60 millions d'euros) pour payer les détenteurs de l'obligation d'État.

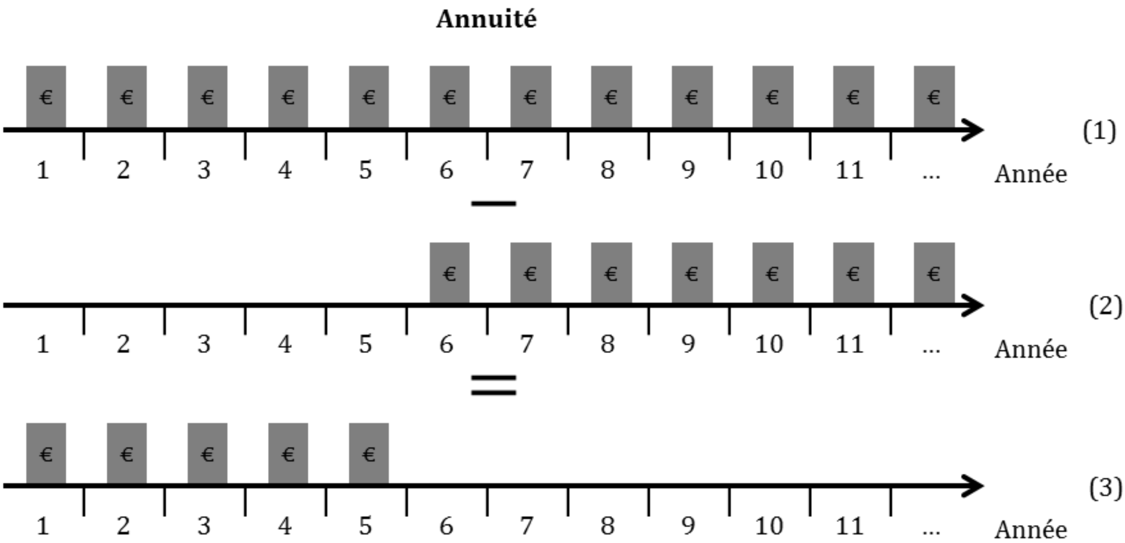
3.2 Annuité constante

La plupart des actifs ne payent cependant pas des cash-flows à l'infini, mais bien pendant un certain nombre d'années. Un titre payant un même montant chaque année pendant X années est appelé une annuité constante.

Prenons l'exemple d'un titre garantissant le paiement annuel d'un coupon de 200€ pendant 5 ans. Le taux d'intérêt applicable est de 6%.

An 1 : +200€
An 2 : +200€
An 3 : +200€
An 4 : +200€
An 5 : +200€

La formule utilisée dans ce cas-ci est en fait directement tirée de la formule qui sert à calculer une perpétuité. En effet, une annuité se calcule comme la différence entre deux perpétuités. Ce n'est pas évident à comprendre immédiatement, mais l'illustration suivante devrait rendre les choses plus claires.



Nous pouvons remarquer sur ce schéma que l'annuité se comporte comme une perpétuité au sein de la période durant laquelle elle paye des cash-flows. Cependant, après T années (5 dans ce cas-ci), la perpétuité continue au contraire de l'annuité. Pour obtenir l'annuité (3), il faut donc soustraire à la perpétuité (1) les cash-flows au-delà de la T^{ème} année (2). Ces cash-flows représentent par ailleurs également une perpétuité, qui commence après T années.

Dès lors, la valeur actualisée d'une annuité constante de T années se calcule comme la différence entre la valeur d'une perpétuité constante et la valeur d'une perpétuité constante dont le premier montant est perçu en année T+1.

Pour formaliser tout ça, la formule d'une annuité constante se retrouve être :

$$\boxed{VA = \frac{C}{r} - \frac{\frac{C}{r}}{(1+r)^T}}$$

Le premier terme de la soustraction est la formule d'une perpétuité tandis que le second terme est cette même formule actualisée en T puisque le premier montant est reçu en année T+1.

En mettant la valeur de la perpétuité en évidence :

$$VA = \frac{C}{r}\left[1 - \frac{1}{(1+r)^T}\right]$$

En reprenant l'exemple du début de section, on obtient :

$$VA = \frac{200}{0{,}06}\left[1 - \frac{1}{(1+0{,}06)^5}\right] = 842{,}47$$

La valeur actualisée du titre est donc de 842,47€.

Dans l'exemple ci-dessus, nous recherchions la valeur actualisée. Il est cependant possible de calculer d'autres inconnues. En effet, l'équation présente 4 variables: la valeur actualisée (VA), le cash-flow (C), le taux d'intérêt (r) et la période de temps (T). Dès lors, en connaissant 3 des 4 variables, il est possible de calculer l'inconnue manquante.

Remarque : Dans certains cas, il peut être nécessaire d'ajouter un terme à l'équation pour représenter la « valeur finale » (VF). C'est notamment le cas pour le leasing pour lequel les paiements ne remboursent pas la totalité de la valeur du bien, mais seulement la différence entre la valeur initiale et la valeur résiduelle. Il est alors nécessaire de rajouter cette valeur résiduelle afin que l'équation soit vérifiée. Elle s'écrit alors de cette manière :

$$VA = \frac{C}{r}\left[1 - \frac{1}{(1+r)^T}\right] + \frac{VF}{(1+r)^T}$$

Par exemple, une offre de leasing vous propose une voiture citadine d'une valeur de 20 630€ pour un loyer mensuel de 361,30€ avec une option d'achat à 16% après 5 ans. En utilisant l'équation susmentionnée, vous pouvez déduire le taux d'intérêt implicite que la société de leasing vous charge :

$$20\,630 = \frac{361{,}3}{r}\left[1 - \frac{1}{(1+r)^{12\times5}}\right] + \frac{20\,630 \times 16\%}{(1+r)^{12\times5}}$$

En résolvant l'équation à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur (voir la formule TAUX dans le section 3.6), vous trouvez le taux d'intérêt mensuel de 0,57% et le taux d'intérêt annuel s'élève donc à 7,12% (voir formule du section 4.2 pour passer d'un taux mensuel à un taux annuel).

Il est très important de prendre la valeur résiduelle en compte, car elle intervient pour une très grande part dans le calcul du taux d'intérêt implicite. En effet, en cas d'omission (et donc sous l'hypothèse que l'on devient plein propriétaire du véhicule après 5 ans sans coût supplémentaire), on obtiendrait un taux d'intérêt annuel de 1,98%. La différence est donc énorme. Les comparaisons entre différentes offres de leasing doivent donc absolument tenir compte de l'option d'achat et son pourcentage, et non pas seulement du loyer mensuel.

3.3 Perpétuité croissante

Une perpétuité constante suppose un cash-flow constant à l'infini. Au contraire, une perpétuité croissante implique que les cash-flows croissent d'année en année d'un taux constant.

Pour rendre le concept plus clair, imaginons que l'on essaye de déterminer la valeur d'une action. Celle-ci paiera un dividende de 20 l'année prochaine. Ce dividende augmentera ensuite de 5% par an. Le taux d'actualisation est de 10%.

La formule, similaire à celle d'une perpétuité constante, est la suivante :

$$\boxed{VA = \frac{C_1}{r-g}}$$

g représente le taux de croissance, r le taux d'actualisation et C_1 le cash-flow en année 1. Notons que l'emploi de cette formule implique que r>g.

Ainsi, la valeur de l'action de l'exemple précédent serait de :

$$VA = \frac{20}{0,1-0,05} = 400$$

3.4 Annuité croissante

Tout comme une perpétuité, une annuité peut également être croissante. Elle se calcule encore comme la différence entre deux perpétuités, croissantes cette fois.

$$\boxed{VA = \frac{C_1}{r-g}\left[1-\left(\frac{1+g}{1+r}\right)^T\right]}$$

3.5 Valeur actualisée nette

Jusqu'à présent, nous avons parlé exclusivement de valeur actualisée. Dans la pratique, notamment pour évaluer des projets d'investissements, on emploie souvent la valeur actualisée nette. Celle-ci est simplement la valeur actualisée des cash-flows futurs moins le coût de l'investissement. Le coût de l'investissement est généralement l'argent que l'on doit investir initialement (en année 0) afin de pouvoir recevoir les cash-flows dans le futur.

$$\boxed{VAN = VA - CoûtInvest}$$

Cette valeur actualisée nette (VAN) permet de calculer la valeur ajoutée du projet, sa valeur considérant tant les cash-flows entrants que sortants.

Prenons un exemple de valeur actualisée nette avec une annuité croissante. Un projet nécessite un investissement initial de 100. Le cash-flow de la première année est de 20 et croît chaque année de 8% par la suite. Le projet paiera des cash-flows pendant 10 ans. Le taux d'actualisation est de 10%.

<u>Données :</u>

CoûtInvest = 100 r = 10% g = 8% C_1 = 20 T = 10

<u>Calcul :</u>

$$VAN = -100 + \frac{20}{0{,}10 - 0{,}08}\left[1 - \left(\frac{1 + 0{,}08}{1 + 0{,}10}\right)^{10}\right] = 67{,}64$$

Le projet a donc une valeur actualisée nette positive de 67,64.

Pour les nouveaux projets d'entreprises, la règle est habituellement de les entreprendre si leur VAN est positive, car ils sont ainsi générateurs de valeur. En effet, cela veut dire qu'ils apportent un rendement supérieur au taux d'actualisation, qui correspond au rendement attendu du projet compte tenu de son risque. Ceux avec une VAN négative ne seront généralement pas entrepris.

Notons que pour certains investissements, particulièrement pour les investissements financiers, la VAN est nulle lors de la transaction (en ignorant les frais de transaction). Effectivement, le prix d'un actif financier est d'ordinaire égal à sa valeur actuelle. Dans la formule de la VAN, le coût d'investissement correspond au prix de l'actif, qui sera lui-même égale à la VA. La VAN sera ainsi nulle. Dans un marché des capitaux parfait, toute transaction d'actif aura une VAN nulle sous l'hypothèse de l'absence d'opportunité d'arbitrage.

Imaginons par exemple qu'une obligation arrivant à échéance dans un an est échangée sur le marché secondaire. Son principal est de 100, son coupon de 6% et son taux d'actualisation de 4%. Son prix sera égal à sa valeur actuelle :

$$VA = \frac{100 + 6}{1{,}04} = 101{,}92€ = Prix$$

Elle sera donc vendue à 101,92€ sur le marché. Si une personne décide d'acheter une obligation, elle devra l'acheter à ce prix et sa valeur actuelle nette sera de :

$$VAN = VA - CoûtInvest = VA - Prix = 101{,}92 - 101{,}92 = 0$$

Bien entendu, ceci n'est valable qu'au moment de la transaction et l'acheteur espère que la VA de l'actif augmentera de façon à ce que la VAN devienne positive dans le futur. Si vous aviez par exemple acheté cette obligation lors de son émission à 100, la VAN serait aujourd'hui positive à 1,92.

La VAN d'un actif financier correspond donc à la différence entre sa valeur à l'émission et la valeur d'un actif identique qui serait émis aujourd'hui aux nouvelles conditions de marché.

3.6 Formules dans Microsoft Excel

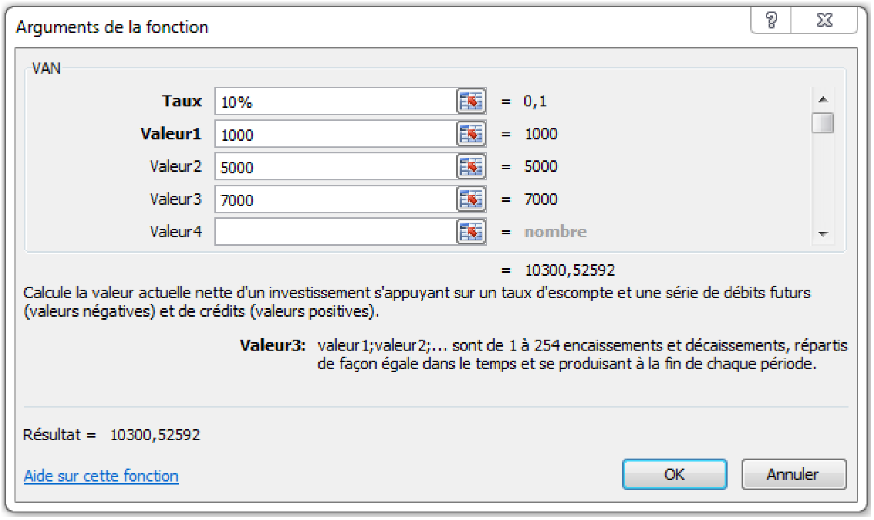
Excel, de la suite Microsoft Office, est un puissant tableur qui s'avère être un précieux outil en finance. De nombreuses formules existent déjà au sein du logiciel, sans nécessité de les programmer. Connaître ces formules, ou du moins leur existence, permet souvent de gagner un temps précieux. Il est cependant important de comprendre avec exactitude ce que ces formules calculent afin d'éviter les erreurs.

Pour utiliser ces formules dans Excel 2010, il suffit de cliquer sur l'icône « Financier » dans l'onglet « Formules » du Ruban Excel. Parmi les formules proposées dans la liste déroulante, les plus utiles dans notre cas sont les suivantes :

- <u>VAN (taux, valeur1, valeur2, valeur3 , …)</u> (NPV en anglais)
  Cette formule permet de calculer la valeur actualisée nette de n'importe quel actif. Il suffit pour cela d'entrer le taux d'intérêt applicable et les différents cash-flows de chaque période. Il est important que tous les cash-flows soient perçus/payés suivant le même intervalle de temps et que le taux d'intérêt corresponde à cet intervalle (par exemple annuel). Comme son nom l'indique, « valeur1 » correspond au cash-flow en année

1. Pour calculer la valeur actualisée nette, il faut également souvent prendre en compte le coût de l'investissement initial. Si celui-ci est supporté en année 0, il faudra donc le soustraire à la valeur trouvée via cette formule, qui ne permet d'insérer des cash-flows qu'à partir de l'année 1.

Figure 2 : Calcul de la fonction VAN en Excel



- <u>TAUX (npm, vpm, va, [vc], [type], [estimation])</u> (Rate en anglais)

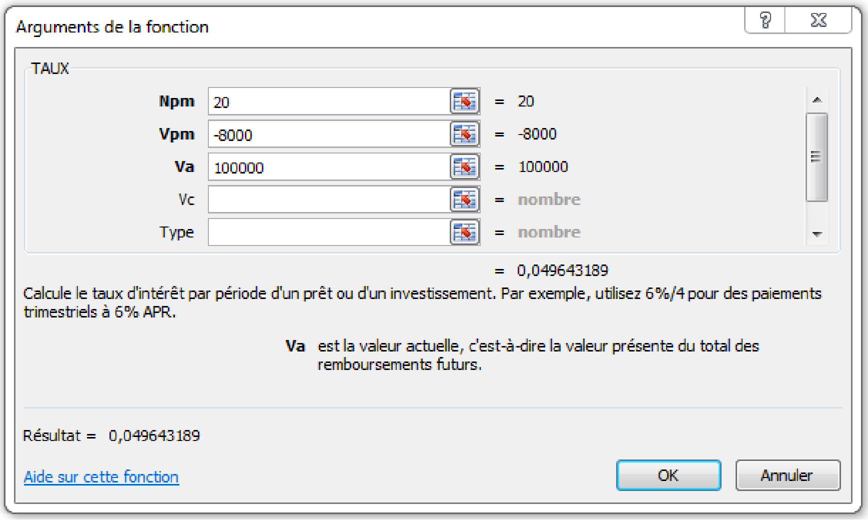
La formule TAUX sert à calculer le taux d'intérêt d'une annuité. Trois variables sont obligatoirement à entrer, tandis que les trois suivantes sont optionnelles. Les variables obligatoires sont :

  - npm : Représente le nombre total de périodes de remboursement au cours de l'opération. (T dans les exemples précédents)
  - vpm : Représente le montant du paiement pour chaque période et reste constant pendant toute la durée de l'opération. À noter que les paiements doivent être négatifs étant donné qu'il s'agit de cash-flows sortants (-C dans les exemples précédents)
  - va : Représente la valeur actuelle, c'est-à-dire la valeur que représente à la date d'aujourd'hui une série de remboursements futurs. (VA dans les exemples précédents)

Les trois variables optionnelles représentent respectivement la valeur capitalisée (valeur restante après le remboursement ; si vous devez encore payer une option d'achat à la fin d'un leasing par exemple, il faut rajouter le prix de cette option en négatif), la possibilité d'avoir le paiement du cash-flow en début de période et une estimation du taux d'intérêt.

C’est une formule utile pour calculer le taux d’intérêt d’un emprunt par exemple. Imaginons un emprunt de 100 000€ sur 20 ans pour lequel le remboursement annuel est de 8 000€. À combien s’élève le taux d’intérêt ?

Figure 3 : Calcul de la fonction TAUX en Excel



Nous trouvons un taux d’intérêt annuel de 4,96%.

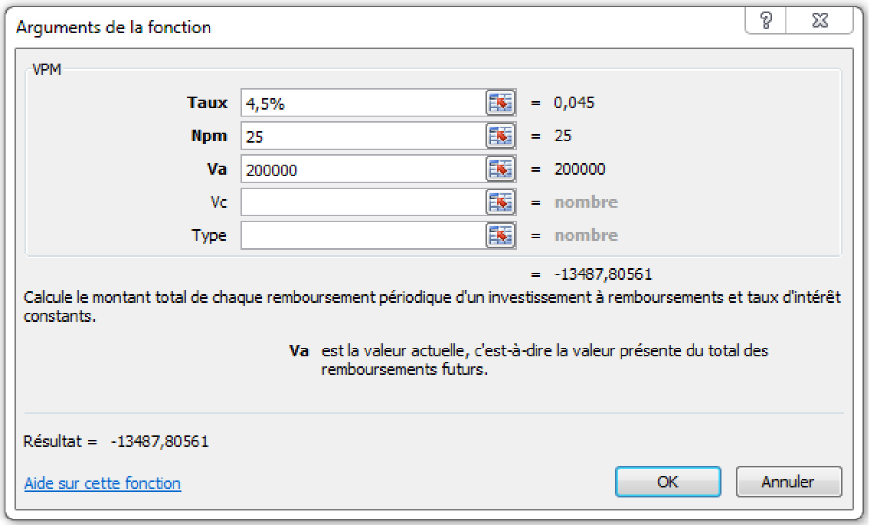
Dans l’exemple du leasing de la partie 3.2, la formule serait la suivante : TAUX(12*5, -361,3, 20630, -20630*16%) pour trouver le taux mensuel.

- <u>VPM (taux;npm;va;vc;type)</u> (PMT en anglais)

La formule précédente permettait de calculer le taux, celle-ci permet de calculer le remboursement (C dans les exemples précédents) à partir du taux d’intérêt, de la valeur actuelle, du nombre de périodes, de la valeur capitalisée et du moment du paiement (début ou fin de période).

Toujours dans le cas d’un emprunt, il est de ce fait possible d’en calculer les annuités. S’agissant d’un emprunt de 200 000€ sur 25 ans à un taux de 4,5% par exemple :

Figure 4 : Calcul de la fonction VPM en Excel



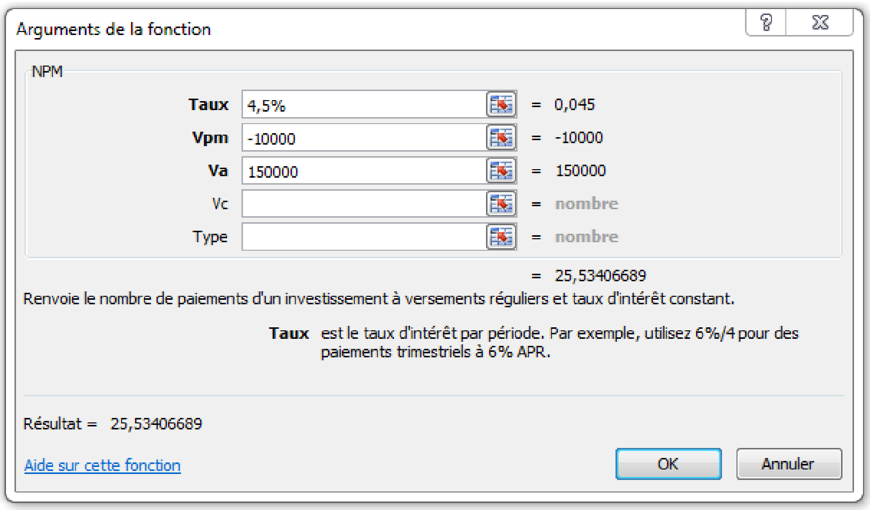
Les annuités de remboursement seraient de 13 487,80€.

- <u>NPM (taux;vpm;va;vc;type)</u> (NPER en anglais)

  Cette dernière formule renvoie le nombre de périodes (T dans les exemples précédents) à partir des autres variables intervenant dans le calcul d'une valeur actualisée.

  Dans l'exemple de l'emprunt, cela permet de savoir sur combien de temps s'effectuera le remboursement connaissant le taux d'intérêt (par exemple 4,5%), le capital emprunté (150 000€) et les capacités de remboursement (10 000€ par an).

Figure 5 : Calcul de la fonction NPM en Excel



Dans ce cas-ci, les remboursements devront se faire sur 25 ans et demi.

4. Valorisation de dettes

Pouvoir calculer des taux d'intérêt est une compétence extrêmement utile, et ce, pas seulement pour les professionnels de la finance. En effet, toute personne désireuse de contracter un emprunt se retrouve face à diverses offres et est appelée à pouvoir s'y retrouver.

Il est important de comprendre que les intérêts se calculent normalement sur le montant de capital qui n'a pas encore été remboursé. Le paiement des intérêts devrait ainsi diminuer au fur et à mesure que le capital est remboursé.

Imaginons un emprunt de 100 000€ avec un taux d'intérêt annuel de 5%. Le remboursement du capital s'effectue chaque année de manière égale sur 5 ans.

La première année, les intérêts s'élèvent à :

5% x 100 000€ = 5 000€

La deuxième année, les intérêts ne sont plus comptés que sur le solde restant du capital :

5% x 80 000€ = 4 000€

Le même raisonnement peut être appliqué les années suivantes.

Table 1 : Tableau d'amortissement d'un emprunt à remboursement de capital constant

Année	Capital en début d'année	Charge d'intérêts	Capital remboursé	Annuité	Capital restant en fin d'année
1	€ 100 000	€ 5 000	€ 20 000	€ 25 000	€ 80 000
2	€ 80 000	€ 4 000	€ 20 000	€ 24 000	€ 60 000
3	€ 60 000	€ 3 000	€ 20 000	€ 23 000	€ 40 000
4	€ 40 000	€ 2 000	€ 20 000	€ 22 000	€ 20 000
5	€ 20 000	€ 1 000	€ 20 000	€ 21 000	€ 0

Cependant, les emprunts bancaires comme par exemple les emprunts hypothécaires sont généralement remboursés suivant un échéancier de remboursements constants. De cette façon, chaque paiement comprendra une partie de remboursement de capital et une partie de charge d'intérêts, dont les proportions changeront au fur et à mesure que le capital sera remboursé. Les premiers paiements comprendront une grande part d'intérêts et seulement une petite partie de capital tandis que les derniers paiements rembourseront essentiellement le capital, les intérêts ne portant plus que sur le capital résiduel.

Voici par exemple l'échéancier de paiements des annuités d'un emprunt de 100000€ à 4% sur 5 ans :

Table 2 : Tableau d'amortissement d'un emprunt à annuités fixes

Année	Capital en début d'année	Annuité fixe	Charge d'intérêts	Capital remboursé	Capital restant en fin d'année
1	€ 100 000,00	€ 22 462,71	€ 4 000,00	€ 18 462,71	€ 81 537,29
2	€ 81 537,29	€ 22 462,71	€ 3 261,49	€ 19 201,22	€ 62 336,07
3	€ 62 336,07	€ 22 462,71	€ 2 493,44	€ 19 969,27	€ 42 366,80
4	€ 42 366,80	€ 22 462,71	€ 1 694,67	€ 20 768,04	€ 21 598,76
5	€ 21 598,76	€ 22 462,71	€ 863,95	€ 21 598,76	€ 0,00

L'annuité est donc fixe d'année en année et s'élève à 22 462,71€ (calculée grâce à la fonction VPM en Excel : VPM(4% ; 5 ; 100000)). Les intérêts sont calculés chaque année sur le capital restant (en année 1 : 100 000€*4% = 4 000€ ; en année 2 : 81 537,29€*4% = 3 261,49€ ; etc.). Enfin la partie restante des annuités sert à rembourser le capital emprunté de sorte que les 100 000€ soient totalement amortis au bout de 5 ans.

4.1 Taux forfaitaire (Flat rate)

Un taux forfaitaire (ou flat rate en anglais) fonctionne différemment. Les intérêts sont toujours calculés sur le montant initial de l'emprunt, quel que soit le montant du capital restant. Ainsi, dans l'exemple précédent, des intérêts de 4 000€ seraient payés chaque année. Ce mécanisme n'a pas de fondement financier puisque les intérêts devraient uniquement rémunérer le capital effectivement emprunté, et non pas aussi celui qui a déjà été remboursé.

Il existe une formule qui permet de convertir facilement un taux mensuel forfaitaire en un taux annuel effectif quand le taux d'intérêt est bas :

$$\boxed{Taux\ mensuel\ forfaitaire\ x\ 23\ \approx\ Taux\ annuel\ effectif}$$

Attention, il s'agit d'une approximation et non d'un calcul précis. L'avantage de la formule tient dans sa simplicité et sa rapidité.

Prenons l'exemple d'un emprunt de 12 000€ sur 2 ans avec un taux mensuel forfaitaire de 0,25%. Chaque mois, une partie du capital est remboursée (12 000€/24, soit 500€) et des intérêts sont payés sur le capital de départ durant toute la durée de l'emprunt (12 000€*0,25%, soit 30€). Les mensualités s'élèvent donc à 530€ pendant 24 mois.

Table 3 : Tableau d'amortissement d'un emprunt à taux forfaitaire

Mois	Capital en début de mois	Charge d'intérêts	Capital remboursé	Mensualité	Capital restant en fin de mois
1	€ 12 000	€ 30	€ 500	€ 530	€ 11 500
2	€ 11 500	€ 30	€ 500	€ 530	€ 11 000
3	€ 11 000	€ 30	€ 500	€ 530	€ 10 500
...	...	...	...	...	...
23	€ 1 000	€ 30	€ 500	€ 530	€ 500
24	€ 500	€ 30	€ 500	€ 530	€ 0

Utilisant la formule Excel TAUX vue précédemment, nous calculons un taux mensuel de 0,47% et un taux annuel de 5,81% (voir la formule de la partie suivante pour trouver le taux annuel depuis le taux mensuel), qui est donc 23,23 fois plus élevé que le taux mensuel forfaitaire de 0,25%.

Le tableau d'amortissement précédent n'a en réalité aucun sens financier et le tableau de remboursement adéquat de cet emprunt, utilisant son taux d'intérêt réel, est le suivant :

Table 4 : Tableau d'amortissement réel d'un emprunt à taux forfaitaire

Mois	Capital en début de mois	Charge d'intérêts	Capital remboursé	Mensualité	Capital restant en fin de mois
1	€ 12 000	€ 57	€ 473	€ 530	€ 11 527

2	€ 11 527	€ 54	€ 476	€ 530	€ 11 051
3	€ 11 051	€ 52	€ 478	€ 530	€ 10 573
…	…	…	…	…	…
23	€ 1 053	€ 5	€ 525	€ 530	€ 528
24	€ 528	€ 2	€ 528	€ 530	€ 0

Nous remarquons que les mensualités sont effectivement identiques et égales à 530€ tous les mois. Cependant, les intérêts sont payés uniquement sur le capital courant, comme il se doit, au taux d'intérêt mensuel réel de 0,47% (12 000€*0,47% = 57€, etc.).

Ce taux forfaitaire représente donc en réalité un taux pratiquement deux fois plus élevé que le taux annoncé (0,47% ≈ 2 × 0,25%). L'utilité de connaître le taux effectif est de connaître les intérêts devant réellement être payés et de pouvoir ainsi comparer différentes offres en pleine connaissance de cause.

En Europe, toutes les publicités et offres préalables aux crédits sont légalement obligées de mentionner le taux effectif global (TEG) ou taux annuel effectif global (TAEG)[2]. Il comprend par ailleurs tous les autres frais supplémentaires. Cette obligation n'est cependant requise que pour les offres aux particuliers. Les offres destinées aux clients professionnels n'y sont pas soumises (puisque ces derniers sont censés être suffisamment avertis financièrement) de sorte qu'il n'est pas rare d'en voir certains abusés par ce genre de subtilités.

4.2 Fréquences de paiement

Comme nous l'avons déjà évoqué précédemment, le temps a une grande valeur en finance. Le temps, c'est de l'argent. Il n'est dès lors pas étonnant que la fréquence des paiements ait un impact significatif sur le coût d'un crédit.

La formule qui permet de passer d'un taux mensuel à un taux annuel de façon exacte est la suivante:

$$\boxed{(1 + \ taux\ mensuel)^{12} \ = \ 1 + \ taux\ annuel}$$

Intuitivement, il est toujours préférable de payer le plus tard possible. Cela permet en effet de conserver son argent le plus longtemps possible et

[2] Cette obligation se fonde sur la directive européenne sur le crédit à la consommation datant de 2008 (2008/48/CE, modifiée par la directive 2011/90/UE).

d'éventuellement placer celui-ci pour obtenir un retour sur investissement. Dès lors, à taux d'intérêt constant, plus la fréquence des paiements est grande plus le taux d'intérêt effectif sera élevé.

La formule qui permet de trouver le taux annuel effectif en fonction de la fréquence des paiements est la suivante :

$$\boxed{Taux\ d'intérêt\ annuel\ effectif = \left(1+\frac{r}{n}\right)^{n} - 1}$$

où r est le taux d'intérêt exprimé par année et n le nombre de paiements par an.

Prenons un exemple simple. Sophie contracte un emprunt avec un taux annuel de 8%. Elle s'engage à effectuer un paiement par mois, soit douze paiements par an. Le taux d'intérêt annuel effectif est égal à :

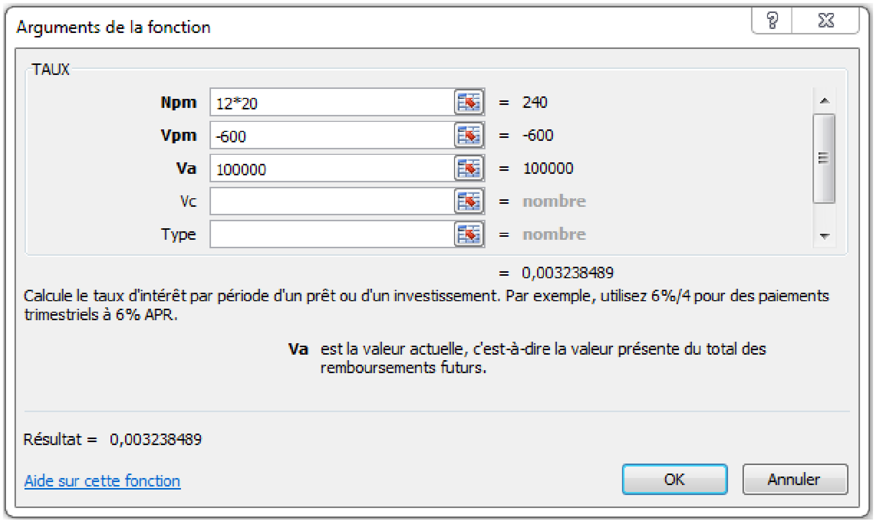
$$\left(1+\frac{0{,}08}{12}\right)^{12} - 1 = 8{,}3\%$$

En acceptant de payer 12 mensualités par an, le taux d'intérêt effectivement payé par Sophie n'est pas de 8%, mais bien de 8,3%. Comme annoncé précédemment, on voit bien qu'une fréquence de paiement plus élevée entraîne une augmentation du taux d'intérêt annuel effectif.

Cette formule permet également de retrouver un taux sur base annuelle lorsque l'on a les données en base mensuelle.

Reprenons l'exemple d'un emprunt de 100 000€ sur 20 ans pour lequel vous devez rembourser des mensualités de 600€. Pour calculer le taux d'intérêt annuel, nous utilisons la formule Excel TAUX que nous avons vue plus haut avec les données mensuelles (et donc 20 ans * 12 mois = 240 périodes), et convertissons ensuite le taux mensuel trouvé en taux annuel à l'aide de la formule précédente.

Figure 6 : Calcul d'un taux mensuel à l'aide de la fonction TAUX en Excel



Le taux d'intérêt mensuel est donc de 0,32% et le taux annuel de :

$$Taux\ annuel = (1 + taux\ mensuel)^{12} - 1 = (1 + 0{,}0032)^{12} - 1 = 3{,}96\%$$

4.3 Taux réel et taux nominal

Jusqu'ici, nous avons simplement parlé de « taux d'intérêt ». Il s'agit en fait du taux d'intérêt nominal, par opposition au taux d'intérêt réel. Essayons d'abord de comprendre le concept de façon intuitive avant de nous attarder sur les formules.

Imaginons que l'on prête 100€ à un ami à l'horizon d'un an avec un taux d'intérêt de 5%. Cela implique que, dans un an, nous toucherons 105€. Cela signifie-t-il que nous nous serons réellement enrichis de 5% ?

Pour répondre à cette question, il est important de prendre en compte l'inflation. L'inflation mesure l'augmentation générale des prix. Une inflation élevée signifie donc une augmentation des prix et une diminution de la valeur de l'argent. En effet, si les prix augmentent, 1€ demain vaudra moins que 1€ aujourd'hui puisqu'il sera possible d'acheter moins avec cette somme.

Prenons une inflation annuelle de 3% pour notre exemple. Dans un an, 100€ vaudront 97,09€ d'aujourd'hui.

$$\frac{100}{1 + 0{,}03} = 97{,}09$$

De façon similaire, les 105€ que nous toucherons dans un an vaudront :

$$\frac{105}{1+0{,}03} = 101{,}94$$

L'enrichissement réel est ainsi de 1,94%. Ce taux est appelé taux réel, par opposition au taux nominal qui inclut l'inflation.

Il existe une formule approximative qui permet de calculer rapidement le taux au prix de quelques imprécisions.

$$\boxed{Taux\ d'intérêt\ réel\ =\ Taux\ d'intérêt\ nominal\ -\ Inflation}$$

En appliquant cette formule à l'exemple précédent, on obtient :

Taux d'intérêt réel = 5% - 3% = 2%

Ce qui est proche des 1,94% calculés précédemment.

Pour plus de précision, la formule exacte est :

$$\boxed{(1\ +\ r_r)\ =\ \frac{(1\ +\ r_n)}{(1\ +\ Inf)}}$$

où r_r est le taux réel, r_n le taux nominal et Inf l'inflation.

Vérifions cette formule :

$$\text{Taux d'intérêt réel} = \frac{1{,}05}{1{,}03} - 1 = 1{,}94\%$$

<u>Remarque :</u> La formule simplifiée vient en fait du développement de la formule correcte. En distribuant, on obtient :

$$(1\ +\ r_r)\ =\ \frac{(1\ +\ r_n)}{(1\ +\ Inf)}$$

$$(1\ +\ r_r)\times(1\ +\ Inf) = (1\ +\ r_n)$$

$$1 + Inf\ +\ r_r\ +\ r_rInf\ =\ 1\ +\ r_n$$

$$Inf\ +\ r_r\ +\ r_rInf\ =\ r_n$$

Or le double produit $r_r.Inf$ est normalement très petit. Puisqu'il constitue une quantité négligeable, il n'en est pas tenu compte dans la formule simplifiée. Il reste toutefois important si l'on désire un maximum de précision.

5. Valorisation d'obligations

Les obligations sont des titres de créance négociables, utilisés par les entreprises ou les États pour emprunter de l'argent directement sur les marchés financiers. En achetant des obligations, vous recevez un intérêt pour rémunération de ce prêt – on l'appelle le « coupon » -, et au terme prévu, l'émetteur vous rembourse le montant emprunté. (Source : financepourtous.com consulté le 28 décembre 2013)

La première étape pour calculer la valeur de l'obligation est d'identifier les différents cash-flows.

5.1 Obligations « zéro coupon »

L'obligation zéro coupon est l'obligation la plus simple à valoriser. Elle consiste en un paiement d'un certain montant (le principal) à une certaine date future (l'échéance), mais sans aucun paiement d'intérêts intermédiaires.

Pour calculer sa valeur, il suffit d'actualiser le principal au taux d'actualisation adéquat.

Considérons une obligation payant 1000€ dans 10 ans. Le taux d'intérêt à 10 ans est de 5%.

$$VA = \frac{1000}{(1{,}05)^{10}} = 613{,}91€$$

La valeur actualisée d'une telle obligation zéro coupon est de 613,91€.

<u>En utilisant Microsoft Excel :</u>

VAN (5% ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 1000) = 613,91€

5.2 Obligations « à coupons »

Une obligation à coupons, contrairement aux obligations zéro coupon, paye, en plus du principal à l'échéance, des intérêts sous forme de coupons. En Europe, les paiements d'intérêts s'effectuent généralement une fois par an. Il d'usage d'exprimer les intérêts en pourcentage par rapport au principal.

Comme un exemple est toujours plus parlant, prenons celui d'une obligation d'État avec les caractéristiques suivantes :

Coupon : 6,5%
Principal : 100€
Échéance : dans 5 ans
Taux d'actualisation : 5%

Identifions à présent les cash-flows liés à une telle obligation :

An 1 : 6,5€
An 2 : 6,5€
An 3 : 6,5€
An 4 : 6,5€
An 5 : 6,5€ + 100€ = 106,5€ → paiement du dernier coupon et remboursement du principal à l'échéance

$$P_0 = \frac{6,5}{0,05}\left[1 - \frac{1}{1,05^5}\right] + \frac{100}{1,05^5} = 106,49€$$

L'obligation a une valeur (un prix) de 106,49€. Le calcul se compose d'une annuité pour calculer la valeur actualisée des coupons et d'une actualisation du principal de 100€ à 5 ans.

<u>En utilisant Microsoft Excel :</u>

VAN (5% ; 6,5 ; 6,5 ; 6,5 ; 6,5 ; 106,5) = 106,49€
Ou
VA(5%;5;6,5;100;0)= 106,49€

Nous avons ainsi calculé le prix d'une obligation. Si ce prix est supérieur au principal comme c'est le cas ici, on dit que l'obligation est cotée au-dessus du pair. Dans la situation inverse, on dira qu'elle est cotée en dessous du pair.

Le taux d'actualisation employé représente en fait la rentabilité attendue ($\bar{R}$) sur ce type d'investissement. Dès lors, la rentabilité après un an de l'obligation prise comme exemple précédemment devrait être de 5%. Vérifions ceci.

$$\boxed{\bar{R} = \frac{C_1 + (P_1 - P_0)}{P_0}}$$

La rentabilité après un an se calcule comme le quotient du coupon reçu en année 1 (gain en intérêts) et de la différence de prix par rapport à l'année 0 (gain en capital) sur le prix en année 0.

Dans notre exemple, nous connaissons déjà C_1 et P_0. Il nous reste à calculer P_1, le prix de l'obligation dans un an. De façon similaire au calcul de P_0, P_1 est égal à :

$$P_1 = \frac{6{,}5}{0{,}05}\left[1 - \frac{1}{1{,}05^4}\right] + \frac{100}{1{,}05^4} = 105{,}32€$$

<u>En utilisant Microsoft Excel :</u>

VAN (5% ; 6,5 ; 6,5 ; 6,5 ; 106,5) = 105,32€
Ou
VA(5%;4;6,5;100;0)= 105,32€

Dès lors,

$$\bar{R} = \frac{6{,}5 + (105{,}32 - 106{,}49)}{106{,}49} = 0{,}05$$

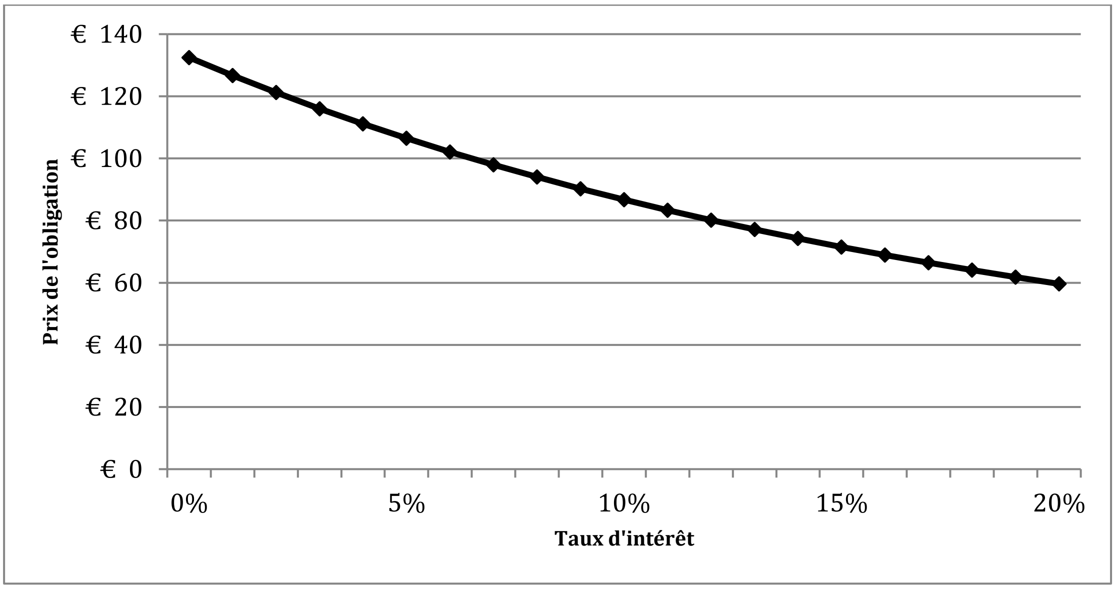
La rentabilité d'une telle obligation est donc bien de 5%.

5.3 Relation entre prix d'une obligation et taux d'intérêt

Il existe une relation inverse entre le prix d'une obligation et le taux d'intérêt. En d'autres mots, si le taux d'intérêt applicable augmente, le prix de l'obligation diminue. Similairement, si le taux d'intérêt applicable diminue, le prix de l'obligation augmente. Ce mécanisme est clairement visible dans les formules employées pour calculer la valeur des obligations.

Le graphique ci-dessous montre l'évolution du prix de l'obligation d'État de l'exemple précédent en fonction du taux d'intérêt.

Graphique 2 : Prix d'une obligation en fonction du taux d'intérêt



Essayons à présent de comprendre intuitivement la raison de cette relation inverse entre taux d'intérêt et prix des obligations.

Il s'agit en fait d'un mécanisme très simple lié à la loi de l'offre et de la demande. Si le taux d'intérêt augmente, l'obligation offrant le taux d'intérêt précédent devient moins attrayante, car elle rémunère moins son détenteur par rapport à une obligation qui serait émise aujourd'hui au nouveau taux d'intérêt. La demande va baisser et donc son prix. Son prix baissera en fait jusqu'à égaler la rentabilité des obligations émises au nouveau taux d'intérêt, plus élevé. En effet, le coupon se calculera toujours par rapport au principal, mais la rentabilité augmente si le prix de l'obligation baisse.

Éclaircissons tout cela avec un exemple simple. Prenons le cas d'une obligation d'État à zéro coupon payant 1000€ dans 5 ans. Le taux d'intérêt applicable est de 4%.

$$P = \frac{1000}{1{,}04^5} = 821{,}93€$$

<u>En utilisant Microsoft Excel :</u>

VAN (4% ; 0 ; 0; 0; 0; 1000) = 821,93€

Considérons maintenant que suite à la crise, l'État en question soit devenu plus risqué qu'avant. Le taux d'intérêt va dès lors augmenter et passer à 6% par exemple. Le nouveau prix de l'obligation va alors diminuer pour équilibrer son rendement avec le nouveau taux d'intérêt de l'émetteur.

$$P = \frac{1000}{1{,}06^5} = 747{,}26€$$

En utilisant Microsoft Excel :

VAN (6% ; 0 ; 0; 0; 0; 1000) = 747,26€

L'augmentation des taux d'intérêt est compensée par une diminution du prix qui adapte la rentabilité de l'obligation.

$$R = \sqrt[5]{\frac{1000}{747{,}26}} - 1 = 6\%$$

La nouvelle rentabilité est bien égale au nouveau taux d'intérêt.

Tous les types d'obligations ne sont cependant pas aussi sensibles aux variations de taux d'intérêt. En effet, plus l'échéance est éloignée, plus la sensibilité est élevée. C'est logique, car au plus longue l'échéance au plus longue la période où l'on est « coincé » avec l'ancien taux d'intérêt. L'ajustement de prix est donc plus important.

De plus, la sensibilité d'une obligation zéro coupon est toujours supérieure à celle d'une obligation à coupons de même échéance. Cela s'explique par le fait qu'une obligation qui paye des coupons donne la possibilité de réinvestir ceux-ci au nouveau taux d'intérêt. Cela réduit l'impact d'un changement de taux d'intérêt sur l'investisseur et donc l'amplitude de la variation du prix lorsque les taux d'intérêt changent.

5.4 Rendement à l'échéance

Le rendement à l'échéance (ou yield to maturity en anglais) est le taux d'actualisation implicite lorsque l'on connaît les cash-flows et le prix d'une obligation.

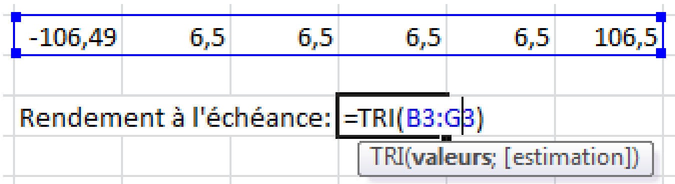
Plutôt que de chercher le prix dans l'équation, on recherche le taux d'actualisation :

$$\boxed{P_0 = \frac{C_1}{(1+y)} + \frac{C_2}{(1+y)^2} + \cdots + \frac{C_T + P}{(1+y)^T}}$$

L'inconnue est ici le y.

Il est très compliqué de résoudre cette équation par écrit, mais l'on peut s'aider d'Excel et de la formule TAUX comme vu précédemment lorsqu'il s'agit d'annuités fixes, ou de la formule TRI lorsque l'on connaît les différents cash-flows pas nécessairement constants.

Pour utiliser la formule TRI, il suffit d'écrire les différents cash-flows dans une suite de cellule et d'ensuite appliquer la formule sur ces cellules. Pour l'obligation précédente qui offre des coupons de 6,5 pendant 5 ans et au principal de 100 par exemple, si on l'achète au prix de 106,49 :



La formule TRI va donner le rendement à échéance qui sera égal à 5%. C'est logique puisque le taux d'actualisation utilisé pour trouver le prix de 106,45€ était lui-même de 5%.

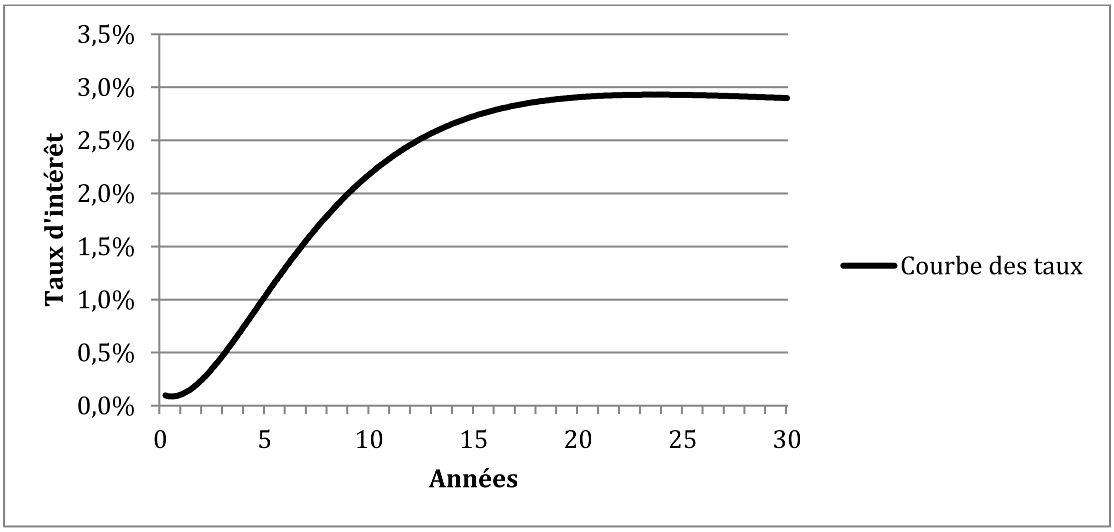
C'est ce rendement à l'échéance qui va varier grâce à la variation de prix d'une obligation pour adapter son rendement au nouveau taux d'intérêt. En effet, le taux d'intérêt d'une obligation est fixé lors de l'émission et ne peut en général pas varier. Son prix sur le marché secondaire peut cependant évoluer librement, et donc son rendement à l'échéance afin d'adapter ce rendement aux taux d'intérêt adéquat en vigueur.

5.5 Structure des taux d'intérêt

Pour simplifier ces exemples, nous utilisons un taux d'intérêt unique pour toutes les années. Bien que cela reste une approximation tout à fait acceptable dans des cas simples, ce n'est en réalité pas exact. Effectivement, les taux d'intérêt vont différer selon chaque échéance. La représentation graphique de ces différents taux d'intérêt est appelée courbe des taux (ou yield curve en anglais).

Voici par exemple à quoi ressemble la courbe des taux sur les obligations d'États de la zone euro (classés AAA) au 8 janvier 2014 :

Graphique 3 : Courbe des taux sur les obligations d'États de la zone euro (classés AAA)



Cette courbe est concave et croissante (au moins jusqu'à une échéance de 20 ans). C'est le cas classique d'une courbe des taux. Cependant, selon les conditions économiques et monétaires, il se peut que cette courbe soit plane ou même inversée (décroissante).

Les taux d'intérêt à long terme dépendent des anticipations des futurs taux d'intérêt à court terme. Ainsi, si les gens pensent que les taux vont augmenter dans le futur, la courbe des taux sera croissante. La croissance habituelle de la courbe des taux peut être expliquée par diverses raisons supplémentaires comme l'anticipation d'inflation ou les primes d'incertitude et de liquidité.

Du fait de l'existence de cette multitude de taux d'intérêt différents en fonction de chaque échéance, les cash-flows doivent être actualisés selon le taux d'intérêt correspondant à la période où ils sont reçus/payés. La formule exacte du calcul de la valeur actualisée devient ainsi la suivante :

$$\boxed{VA = \frac{C_1}{(1+r_1)} + \frac{C_2}{(1+r_2)^2} + \frac{C_3}{(1+r_3)^3} + \frac{C_4}{(1+r_4)^4} + \cdots}$$

r_1 est le taux d'intérêt à 1 an, r_2 le taux d'intérêt à 2 ans, etc.

Par exemple, sachant que le taux à 1 an est de 4%, celui à 2 ans de 4.5% et celui à 3 ans de 4.8%, une obligation au principal de 1000€ qui paie 30€ d'intérêts par an pendant encore 3 ans serait valorisée de cette façon :

$$P_o = \frac{30}{1{,}04} + \frac{30}{1{,}045^2} + \frac{30 + 1000}{1{,}048^3} = 951{,}17€$$

6. Valorisation d'actions

Une action représente une fraction du capital d'une entreprise. Si vous détenez une action, vous êtes propriétaire d'une petite partie de la société. Ceci vous donne droit à recevoir des dividendes qui représentent votre part de bénéfices, et celui de voter lors des assemblées générales d'actionnaires. (Source : financepourtous.com consulté le 28 décembre 2013)

Le prix d'une action listée en bourse peut être extrêmement volatil. Le graphique ci-dessous montre l'évolution du cours de l'action Microsoft au cours des 5 dernières années.

Graphique 4 : Évolution du cours de l'action Microsoft au cours des 5 dernières années (source : Reuters)

Comme pour tout actif financier, la valeur d'une action se calcule en actualisant les cash-flows futurs. Pour une action, il s'agit des dividendes à recevoir ainsi que des gains en capitaux en cas de revente. Comme il s'agit de prévisions (les dividendes et le prix futur ne sont jamais garantis), il faut que ce risque supplémentaire soit pris en compte quelque part. Le taux d'actualisation est ainsi supérieur à celui utilisé pour une obligation.

La formule à un horizon d'un an est :

$$\boxed{P_0 = \frac{div_1 + P_1}{1+r}}$$

Sur base de cette formule, P_1 peut s'écrire :

$$P_1 = \frac{div_2 + P_2}{1+r}$$

Dès lors, on obtient la formule générale qui est :

$$\boxed{P_0 = \frac{div_1}{1+r} + \frac{div_2}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{div_T}{(1+r)^T} + \frac{P_T}{(1+r)^T}}$$

Avec un horizon d'investissement infini :

$$\boxed{P_0 = \frac{div_1}{1+r} + \frac{div_2}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{div_t}{(1+r)^t} + \cdots}$$

On retrouve ainsi que la valeur d'une action est la somme de ses dividendes futurs actualisés jusqu'à l'infini (la totalité des cash-flows actualisés envers les actionnaires). Dans la pratique, il est pour ainsi dire impossible de prévoir des dividendes à l'infini. On utilise pour cette raison des formules simplifiées. La plus courante est la formule qui suppose que les dividendes croissent d'année en année à un taux constant. On utilise la formule d'une perpétuité croissante.

$$\boxed{P_0 = \frac{div_1}{r-g}}$$

Il faut bien sûr que le taux d'intérêt r soit plus grand que le taux de croissance des dividendes g. On obtiendrait sinon une valeur négative.

Un exemple permet d'illustrer tout ça. Imaginons l'action d'une société X dont le prochain dividende (en année 1) est estimé par les analystes à 6€. On attend par la suite que ce dividende croisse de 4% sur une base annuelle. Le taux d'actualisation est de 10%.

<u>Données :</u>

Div_1 = 6€ r = 10% g = 4%

<u>Calcul :</u>

$$P_0 = \frac{div_1}{r-g} = \frac{6}{0{,}10 - 0{,}04} = 100$$

$$P_1 = \frac{div_2}{r-g} = \frac{6 \times 1{,}04}{0{,}10 - 0{,}04} = 104$$

…

Le tableau suivant montre les résultats pour les 5 premières années.

Année	Dividende	Facteur d'actualisation	Prix futur en année t
0	-	1,0000	100,00
1	6,00	0,9091	104,00
2	6,24	0,8264	108,16
3	6,49	0,7513	112,49
4	6,75	0,6830	116,99
5	7,02	0,6209	121,67

On remarque que la somme du prix futur actualisé et des dividendes reçus actualisés pour chaque année est toujours égale à 100, la valeur de l'action aujourd'hui. Par exemple pour l'année 2 :

$$P_0 = \frac{div_1}{(1+r)} + \frac{div_2}{(1+r)^2} + \frac{P_2}{(1+r)^2} = \frac{6}{1,1} + \frac{6,24}{1,1^2} + \frac{108,16}{1,1^2} = 100$$

15 184€.

7. Valorisation de sociétés

Nous avons vu dans les sections précédentes comment valoriser de la dette et des actions. Il est maintenant intéressant de comprendre comment calculer la valeur d'une société dans sa totalité, ou en partie.

En finance, la technique traditionnelle pour valoriser une société ou tout autre actif financier est la méthode des cash-flows actualisés (discounted cash flow method ou DCF, en anglais). Pour cette méthode, trois éléments sont nécessaires : les cash-flows, leur échéancier et leur taux d'actualisation. La valorisation est ensuite une fonction de ces trois facteurs :

Cash-flows futurs

$$VA = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^t}$$

Échéancier, périodes auxquelles correspondent les cash-flows

Taux d'actualisation dépendant du risque

L'analyse se porte donc sur la prévision des cash-flows futurs et leurs périodes respectives, ainsi que sur le taux auquel actualiser ces cash-flows. Ce taux correspond au coût d'opportunité et donc au rendement qu'un investisseur pourrait obtenir sur un investissement de même risque. Le taux d'actualisation sera donc directement dépendant du profil de risque opérationnel (type de produits et services, cyclicité des ventes, secteur, clients, géographie, etc.) et de risque financier (niveau d'endettement, taille de l'entreprise, etc.) de l'entreprise ou du projet.

7.1 Calcul des free cash flow

La première étape est d'évaluer les cash-flows futurs de l'entreprise. La méthode DCF se base sur les cash-flows de l'entreprise calculés indépendamment de sa structure financière (et donc du niveau de sa dette). Ils sont appelés les cash-flows disponibles (ou free cash flow en anglais). Ils équivalent à la somme des cash-flows opérationnels et d'investissement. Le free cash flow représente le cash généré par une entreprise après avoir payé toutes ses dépenses opérationnelles, ses investissements et ses taxes. Il s'agit donc du cash disponible pour l'ensemble des propriétaires de son capital : ses actionnaires et ses détenteurs de dette.

$$FCF = CF_{Op} + CF_{Inv}$$

Les free cash flows sont à la base de l'analyse de la performance d'une entreprise. Ils se calculent comme suit :

$$\begin{array}{c} \mathrm{EBIT}\times(1-\mathrm{t_C}) \\ +\ \text{Amortissements et réductions de valeurs} \\ -\ \text{Investissements} \\ -\ \text{Variation en besoin en fonds de roulement} \\ \hline = \text{Free cash flow} \end{array}$$

L'EBIT, de l'anglais « Earnings Before Interests and Taxes », correspond au résultat opérationnel, courant ou d'exploitation dans le compte de résultats d'une entreprise tandis que t_c désigne son taux de taxation.

Sur base des free cash flows des années précédentes, des estimations d'analystes et des tendances du secteur et de l'économie en général, la première étape est de prévoir les free cash flows futurs de l'entreprise à valoriser. On utilise fréquemment une période d'estimation de 5 ans. L'important est d'arriver à un stade où l'entreprise est dans une situation stable de long terme.

Lors de la valorisation d'une entreprise, l'hypothèse est que celle-ci a une durée de vie infinie. Il faut donc également calculer la valeur au-delà de la période d'estimation. Cette valeur porte le nom de valeur terminale. Une des techniques est d'utiliser une perpétuité croissante. Cela revient à dire que les derniers free cash flows prévus vont continuer à croire indéfiniment. On utilise couramment un taux de croissance compris entre 2 et 4%.

7.2 DCF dans un monde sans taxes

Il faut ensuite actualiser ces cash-flows au taux d'actualisation ad hoc. Au niveau d'une entreprise, il correspond au coût moyen pondéré du capital (weighted average cost of capital ou WACC, en anglais). Sachant qu'une entreprise se finance par des fonds propres et de la dette, ce coût se calcule comme suit :

$$WACC = k_E \times \frac{E}{V} + k_D \times \frac{D}{V}$$

Où k_E correspond au coût des fonds propres, k_D au coût de la dette et E, D et V correspondent à la valeur de fonds propres, de la dette et de l'entreprise, respectivement (avec $V = E + D$).

Dans un monde sans taxe avec un marché des capitaux parfait (pas de frais de transaction, etc.), le théorème de Modigliani-Miller (1958) énonce deux propositions.

1. La valeur de toute entreprise est indépendante de sa structure de capital
$$V = E + D = V_U$$
Où V_U correspond à la valeur d'une entreprise sans dette.

2. Le coût moyen pondéré du capital (WACC) d'une entreprise est indépendant de sa structure de capital
$$WACC = k_A$$
Où k_A est le coût de l'actif d'une entreprise.

En conséquence, dans un monde sans taxe, il convient d'actualiser les cash-flows d'une entreprise par son coût de l'actif et sa valeur ne dépend aucunement de sa structure de capital (son niveau de dette).

$$V = \sum_{t=1}^{n} \frac{FCF_t}{(1 + WACC)^t} = \sum_{t=1}^{n} \frac{FCF_t}{(1 + k_A)^t} = V_U$$

7.3 DCF dans un monde avec taxes

Lorsque les bénéfices des sociétés sont taxés, le calcul change alors quelque peu. En effet, il faut prendre en compte la déductibilité des intérêts en matière fiscale. Le coût moyen pondéré du capital se base dès lors sur le coût de la dette après taxe et la formule devient la suivante :

$$WACC = k_E \times \frac{E}{V} + k_D \times (1 - t_c) \times \frac{D}{V}$$

Où $k_D \times (1 - t_c)$ est le coût net de la dette après taxes.

La formule d'actualisation reste la même, si ce n'est que l'on ne peut plus simplement utiliser le coût de l'actif, car le coût moyen pondéré du capital dépendra de la structure du capital.

$$V = \sum_{t=1}^{n} \frac{FCF_t}{(1 + WACC)^t} \neq V_U$$

7.4 Valeur actualisée ajustée

La technique classique se base sur le coût moyen pondéré du capital qui englobe l'ensemble des risques pour trouver un taux unique d'actualisation. La valeur de la déductibilité des intérêts se retrouve ainsi dans le coût moyen pondéré du capital. Cependant, il est également possible de séparer les cash-flows opérationnels (ventes, coûts, investissements, etc.) et les cash-flows associés au financement (bouclier fiscal, coût de détresse financière, subsides, etc.) et donc d'utiliser des taux d'actualisation correspondant à chaque type de cash-flows. Cette méthode porte le nom de valeur actualisée ajustée (adjusted present value ou APV, en anglais) et a l'avantage d'offrir une vision claire des sources de valeur.

Il suffit donc de calculer la valeur de l'entreprise supposant qu'elle n'a pas de dette, et d'y ajouter la valeur actualisée d'éléments tels que le bouclier fiscal (tax shield, en anglais), en utilisant un taux ad hoc.

$$\boxed{\mathrm{V} = \mathrm{V_U} + \mathrm{V_{effet\ du\ financement}}}$$

Le premier terme $\mathrm{V_U}$ se calcule comme la valeur de l'entreprise sans dette (voir Modigliani-Miller (1958) ci-dessus pour la valeur d'une entreprise qui ne dépend pas du niveau de dette) tandis que le second terme comprendra essentiellement la valeur du bouclier fiscal pour une société au niveau d'endettement raisonnable (c'est-à-dire si les risques de détresse financière sont faibles, voir ci-dessous).

La valeur du bouclier fiscal est égale à la somme des déductibilités des intérêts de la dette. Par exemple, si vous payez 5% d'intérêt sur une dette de 1 000 et que le taux de taxation est à 40%, la valeur du bouclier fiscal pour cette année sera de $1\,000 \times 5\% \times 40\% = 20$, car c'est la somme que vous devrez payer en moins sous forme de taxes. Vous payez en effet les taxes sur le bénéfice net dont les intérêts ont été déduits puisqu'il s'agit d'un coût dans le compte de résultat. La formule générale pour la valeur actualisée des déductibilités futures est donc :

$$\boxed{V_{Bouclier\ fiscal} = \sum_{t=1}^{n} \frac{D \times k_D \times t_C}{(1+r)^t}}$$

Il n'y a pas d'unanimité quant au taux d'actualisation r à utiliser, mais une majorité du monde académique est d'avis que le coût de la dette $\mathrm{k_D}$ est un taux d'actualisation valable, même si le débat subsiste.

Dans le cas où la dette est ses intérêts sont constants jusqu'à perpétuité, la formule devient dès lors :

$$V_{Bouclier\ fiscal} = \frac{D \times k_D \times t_C}{k_D} = D \times t_C$$

Illustration

Nous sommes en année 0 et disposons des données et estimations suivantes :

Table 5 : Données financières sur la société

(en €)	Année 1	Année 2	Année 3	Année 4	Année 5
EBIT	1 000	1 200	1 500	1 350	1 600
Am.	100	100	50	50	50
Invest.	300	200	200	100	50
Δ BFR	+100	+100	+50	-75	+50

k_D	4%
k_A	8%
t_C	40%

On estime qu'au-delà de l'année 5, les free cash flows vont croître de 2% chaque année. La société a emprunté pour 10 000€ au moyen d'une obligation perpétuelle afin de financer une partie de ses projets.

Calculons tout d'abord les FCF :

$$\text{FCF}_1 = 1000 \times (1 - 40\%) + 100 - 300 - 100 = 300$$
$$\text{FCF}_2 = 520$$
$$\text{FCF}_3 = 700$$
$$\text{FCF}_4 = 835$$
$$\text{FCF}_5 = 910$$

Calculons ensuite la valeur terminale :

$$\text{VT} = \frac{910 \times (1 + 2\%)}{8\% - 2\%} = 15\ 470€$$

Calculons à présent la valeur de la société sans dette :

$$V_{\text{sans dette}} = \frac{300}{(1+8\%)} + \frac{520}{(1+8\%)^2} + \frac{700}{(1+8\%)^3} + \frac{835}{(1+8\%)^4} + \frac{910}{(1+8\%)^5} + \frac{15\,470}{(1+8\%)^5} = 16\,836€$$

Calculons enfin la valeur du bouclier fiscal :

$$V_{\text{Bouclier fiscal}} = \frac{10\,000 \times 4\% \times 40\%}{4\%} = 10\,000 \times 40\% = 4\,000€$$

La valeur de l'ensemble de la société prenant en compte ses aspects financiers est donc égale à :

$$V = 16\,836 + 4\,000 = 20\,836€$$

7.5 Conséquences du financement

Il apparaît clairement que toutes choses étant égales par ailleurs, la valeur d'une société endettée est supérieure à celle d'une société sans dette. C'est effectivement le cas, car les intérêts sur la dette sont déductibles fiscalement (contrairement aux dividendes payés sur les fonds propres) et cela permet donc d'augmenter la part de cash-flows qui revient aux propriétaires du capital au détriment de la part partant vers l'État.

Dans ce cas, pourquoi toute société ne s'endette-t-elle pas à 100% de façon à profiter de cette déductibilité au maximum et ainsi augmenter sa valeur ? Les raisons sont multiples et nous allons les étudier ici.

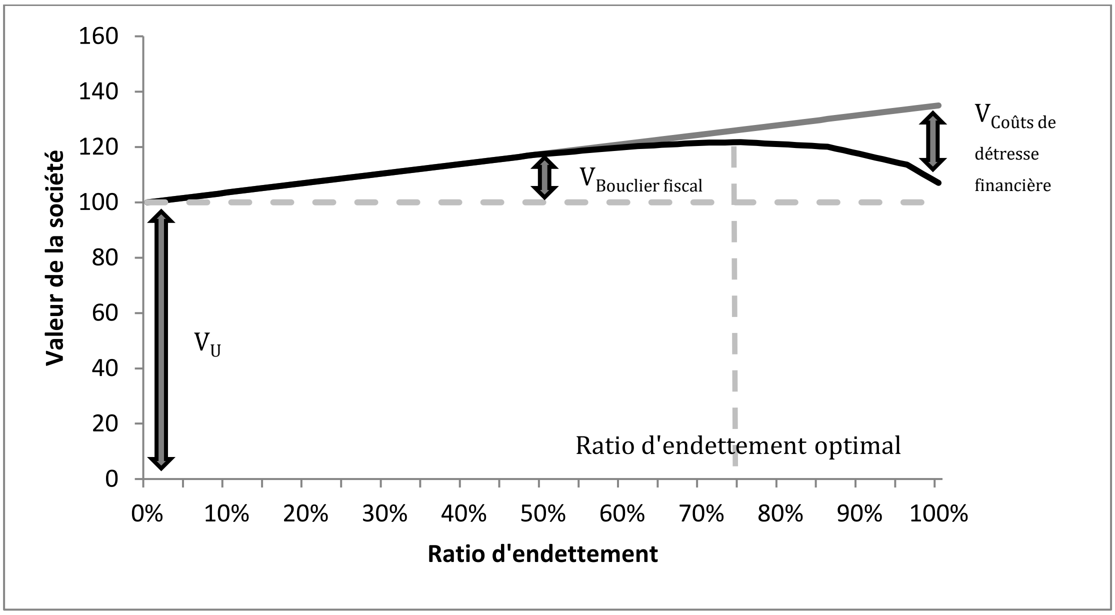
Détresse financière

Lorsque l'entreprise a du mal à payer ses créditeurs, elle est en situation de détresse financière. Cela a un coût et les investisseurs en sont très inquiets. En prenant ce coût en compte, la valeur d'une entreprise peut alors se décomposer de la sorte :

$$\boxed{V = V_U + V_{\text{Bouclier fiscal}} - V_{\text{Coûts de détresse financière}}}$$

La structure optimale du capital dépend dès lors du compromis entre les avantages apportés par la déductibilité des intérêts et les coûts de détresse financière.

Graphique 5 : Structure optimale du capital



Les coûts de détresse financière proviennent de plusieurs sources :

1. Les frais de faillite : frais d'avocats, de comptables, de consultants, de liquidation, etc. Enron a par exemple payé des frais s'élevant à pratiquement 1 milliard de dollars lors de sa liquidation. Relativement, les frais sont encore plus élevés pour les petites entreprises qui peuvent payer de 20% à 40% des revenus de liquidation en frais légaux et comptables. Il faut également ajouter les coûts indirects comme le temps et les efforts nécessaires pour mener une liquidation à bien, imaginant que cela peut parfois prendre plusieurs années.

2. Les coûts liés à la situation des sociétés au bord de la faillite. En effet, une entreprise en difficultés financières risque de perdre des fournisseurs et des clients qui ne voudraient plus traiter avec une société qui ne sera plus à même de respecter ses engagements dans un futur proche.

3. L'inefficience des décisions qui peut survenir suite au conflit d'intérêts entre actionnaires et créanciers, aggravée auprès des sociétés en difficulté financière. En effet, les actionnaires, poursuivant leur propre intérêt, chercheront à maximiser la valeur des fonds propres, même si cela se passe au détriment de la valeur restant pour les créditeurs. Des coûts d'agence apparaissent alors dus à l'existence d'une relation principal-agent.

Coûts d'agence liés à la relation principal-agent

Une relation principal-agent existe lorsqu'une personne (principal) donne un pouvoir à une autre personne (agent) en son nom. Ce genre de relation peut alors mener à un aléa moral si l'agent a la capacité d'agir sans être observé ou contrôlé par le principal et peut ainsi privilégier son profit personnel au détriment de celui du principal.

Dans le cas d'une entreprise, les actionnaires ont le pouvoir de décision (et de gestion via le management) tandis que les propriétaires de capital sous forme de dette ne peuvent avoir leur mot à dire dans l'administration de la société (tant qu'elle n'est pas en situation de faillite). Cette situation peut engendrer différents types de conflits d'intérêts entre les deux parties qui mènent à des inefficiences, appelées coûts d'agence, qui sont exacerbées pour les sociétés proches de la faillite.

a) Prise de risque

Soit une entreprise fondée avec des capitaux propres de 100 et une dette de 100. Essuyant des difficultés financières, elle a dû puiser dans ses réserves et la valeur actuelle totale de l'entreprise est tombée à 110. Les créditeurs peuvent dès lors toujours récupérer leur capital, mais la valeur résiduelle des actionnaires n'est plus que de 10.

Bilan

Actifs	90	Fonds propres	10
Liquidités	20	Dette	100

Imaginons qu'il reste 20 de liquidité en caisse et que les gérants de l'entreprise aient la possibilité d'investir dans un nouveau projet qui rapportera soit 150 dans un an avec une probabilité de 10%, soit 0 avec une probabilité de 90%. Étant donné un taux d'actualisation de 0%, la VAN de ce projet est négative à -5. Il ne devrait donc pas être entrepris, car il diminue la valeur de la société.

Cependant, regardons pourquoi les propriétaires de l'entreprise pourraient tout de même être tentés de procéder à ce projet, en analysant les cash-flows des actionnaires (qui sont à responsabilité limitée et ne peuvent perdre plus que la somme initialement investie).

En cas de réussite du projet (10%)			
Bilan			
Actifs	220	Fonds propres	130
Liquidités	0	Dette	100

En cas d'échec du projet (90%)			
Bilan			
Actifs	90	Fonds propres	0
Liquidités	0	Dette	90

Avec le projet, la valeur des fonds propres est en moyenne de 13 (= 130×10% + 0×90%), ce qui est supérieur à la valeur initiale de 10.

Lorsqu'une société est proche de la faillite, le risque est grand que des projets très risqués et à VAN négatives soient entrepris, car les actionnaires jouent alors avec l'argent des créanciers pour augmenter leur espérance de gains.

b) Sous-investissement

Imaginons maintenant que la valeur de la société ne soit plus que de 90 et qu'il n'y ait plus de liquidités disponibles. Cependant, il y a une opportunité de projet au coût de 20 et qui rapporte 25 dans un an. Sa VAN est donc positive à +5 (au taux d'actualisation nul) et la société devrait dès lors l'entreprendre afin d'essayer de s'en sortir. Pour cela, elle doit cependant lever de nouveaux capitaux.

Sans investissement (dans un an)			
Bilan			
Actifs	90	Fonds propres	0
Liquidités	0	Dette	90

Avec investissement (dans un an)			
Bilan			
Actifs	115	Fonds propres	15
Liquidités	0	Dette	100

Si les actionnaires décident d'investir 20 dans le projet à VAN positive, ils ne retrouveront que 15 l'année d'après. Effectivement, les bénéfices ont été partagés entre tous les détenteurs de capitaux (fonds propres et dette).

De façon générale, quel que soit le risque, la valeur de tout projet sera partagée entre tous les détenteurs du capital et il peut dès lors être inintéressant pour les actionnaires d'investir dans des projets à VAN positive.

c) Dépouiller pour s'en aller

Si les actionnaires sont réticents à investir dans une société en difficulté financière, ils sont par contre tout à fait disposés à en retirer de l'argent. Ils peuvent ainsi se payer un dividende et la valeur de marché de la société diminuera en proportion moindre que ce dividende, car le coût de ce dernier sera partagé avec les créanciers.

d) Jouer le temps

Quand une société est en difficulté financière, les créanciers ont tout intérêt à la déclarer en faillite directement et ainsi récupérer leurs avoirs. Les actionnaires ont au contraire tout intérêt à retarder cette faillite. Ils peuvent dès lors être tentés d'effectuer quelques changements comptables afin de maquiller les pertes de l'exercice de l'année.

e) Technique d'appât

Une société émet dans un premier temps un montant limité de dette sûre. Ensuite, elle émet un gros montant de dette qui rendra l'ensemble de la dette risqué, obligeant la première dette à subir une perte de valeur. Cette perte se fera au bénéfice des actionnaires.

Hiérarchie de financement

Il existe une asymétrie d'information entre les managers et les propriétaires d'une entreprise. Cela va affecter les décisions entre un financement interne ou externe et entre une émission de dette ou de nouvelles actions. En effet, les managers vont généralement préférer utiliser les réserves (ensembles des bénéfices reportés) en premier, emprunter de la dette ensuite et enfin procéder à une augmentation de capital.

Prenons deux sociétés similaires dont le prix d'une action est de 1 000. Les investisseurs pensent donc que la valeur des deux sociétés est identique (le nombre d'actions étant équivalent). Les managers de la société A, basés sur les analyses internes de la société et sur ses perspectives de croissance, pensent cependant que la valeur d'une action est de 1 200. Au contraire, les managers de la société B sont persuadés que le succès actuel de leur produit va s'estomper et qu'une action ne vaut en fait que 800. Les managers de chaque société ont le choix entre de la dette et des actions comme source de capital pour un nouveau projet. Que vont-ils choisir ?

Les managers de la société A estiment la valeur d'une action de leur société est de 1 200. Ils ne veulent donc pas émettre de nouvelles actions au prix de 1 000 et offrir 200 en cadeau à chaque nouvel actionnaire. Ils vont donc choisir d'emprunter sur le marché de la dette.

Les managers de la société B savent que le prix actuel d'une action est au-dessus de sa valeur réelle. Il est dès lors intéressant d'émettre de nouvelles actions tant que l'action est à ce prix. Ce raisonnement est cependant connu des investisseurs, qui sauront alors que l'augmentation de capital est signe de surévaluation des actions, et le prix diminuera. Les managers sont au courant de cette réaction et vont dès lors décider de ne pas émettre de nouveau capital afin de ne pas faire diminuer le prix de l'action, qui éliminerait l'avantage d'émettre des actions. Ils émettront donc également de la dette.

Compte tenu de ce comportement, les managers d'une entreprise préféreront toujours une source interne de capital à une source externe, et ensuite un emprunt de dette à une augmentation de capital s'ils sont obligés de s'en remettre à une source externe.

Compromis entre avantages et coûts de la dette versus hiérarchie de financement

Une étude de 1995 couvrant des entreprises d'Allemagne, Canada, des États-Unis, de France, d'Italie, du Japon et du Royaume-Uni a conclu que le ratio d'endettement des entreprises dépendait de quatre facteurs principaux :

1. La taille : Les grandes sociétés ont généralement un ratio d'endettement plus élevé
2. Les actifs tangibles : Les entreprises ayant une plus grande proportion d'actifs fixes tangibles ont en général un ratio d'endettement plus élevé
3. La profitabilité : les entreprises les plus rentables sont en général les moins endettées
4. Le ratio cours/valeur comptable : les entreprises au ratio cours/valeur comptable plus élevé ont en général un ratio d'endettement plus faible

Ces observations confirment donc les deux théories. En effet, les grandes entreprises possédant un haut niveau d'actifs fixes empruntent plus, car les risques de détresse financière sont moindres. De l'autre côté, la hiérarchie de financement est supportée par le fait que les entreprises les plus rentables utilisent avant tout les sources internes et empruntent donc moins.

D'autres études ont été menées et il semble que la théorie de hiérarchie de financement est tout particulièrement valable pour les grandes entreprises ayant un accès aisé aux marchés des capitaux tandis que les plus petites sociétés, jeunes et en croissance, lèveront plutôt leurs capitaux externes sous forme de fonds propres.